

Grupo 4



ALGEBRA I

Integrantes:

1. *Jhan Bronner Espinoza Castro*
2. *Marita Yuceli Barturen Diaz*
3. *José Dilmer Olivera Burga*
4. *Michael Dinner Torres Álvarez*
5. *Jorge Luis Gómez Ríos*

Docente:

Mgtr. Susana Caballero Bardales

Ciclo/Aula:

VIII - E

2026

Grupo 4

ACTIVIDAD FORMATIVA N°7

ELIPSES

Desarrollo y Soluciones

Actividad Sincrónica

1. Explique si las siguientes ecuaciones cumplen las condiciones necesaria y suficiente, para ser una Elipse, a partir de su ecuación ordinaria.

a) $25x^2 + 16y^2 - 64y + 64 = 0$

b) $25x^2 + 16y^2 - 64y - 336 = 0$

c) $25x^2 + 16y^2 - 64y + 100 = 0$

Para que sea una elipse debe cumplir la condición necesaria y suficiente por lo que debemos recordar:

- Las variables cuadráticas deben tener igual signo
- Las variables cuadráticas deben tener diferente valor absoluto
- Si $M > 0$ Representa una elipse; si $M = 0$ representa un punto; si $M < 0$ no representa ningún lugar geométrico.

Paso 1: Identificar los datos iniciales

- En las 3 ecuaciones los términos cuadráticos **tienen el mismo signo** (Condición necesaria cumple)
- En las 3 ecuaciones los términos cuadráticos **tienen diferentes valores absolutos (25 y 16)**. (Condición necesaria cumple)
- Sin embargo, la **condición suficiente** depende del **valor numérico del término independiente** al completar cuadrados.

Paso 2: Evaluamos el valor numérico del término independiente (Completamos cuadrados)

Ejercicio A: $25x^2 + 16y^2 - 64y + 64 = 0$

- ✓ Agrupar términos en y

$$25x^2 + 16(y^2 - 4y) + 64 = 0$$

- ✓ Completar cuadrados

$$y^2 - 4y = (y - 2)^2 - 4$$

- ✓ Reemplazando

$$25x^2 + 16[(y - 2)^2 - 4] + 64 = 0$$

$$25x^2 + 16(y - 2)^2 - 64 + 64 = 0$$

$$25x^2 + 16(y - 2)^2 = 0$$



- ✓ Analizar

La suma de cuadrados solamente puede ser cero si:

$$x = 0; y = 2$$

- ✓ Conclusión:

NO es una elipse (Solo representa un punto)

Ejercicio B: $25x^2 + 16y^2 - 64y - 336 = 0$

- ✓ Agrupar términos en y

$$25x^2 + 16(y^2 - 4y) - 336 = 0$$

- ✓ Completar cuadrados

$$y^2 - 4y = (y - 2)^2 - 4$$

- ✓ Reemplazando

$$25x^2 + 16[(y - 2)^2 - 4] - 336 = 0$$

$$25x^2 + 16(y - 2)^2 - 64 - 336 = 0$$

$$25x^2 + 16(y - 2)^2 - 400 = 0$$

$$25x^2 + 16(y - 2)^2 = 400$$

- ✓ Llevar a forma ordinaria

Dividimos entre 400

$$\frac{25x^2}{400} + \frac{16(y - 2)^2}{400} = 1$$

- ✓ Simplificando:

$$\frac{25x^2}{16} + \frac{16(y - 2)^2}{25} = 1$$

- ✓ Análisis:

Comparando con la forma de la elipse:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Centro: $C(0, 2)$

Semieje mayor: $b = 4$

Semieje menor: $a = 4$

- ✓ Conclusión

SI es una elipse real



Ejercicio C: $25x^2 + 16y^2 - 64y + 100 = 0$

- ✓ Agrupar términos en y

$$25x^2 + 16(y^2 - 4y) + 100 = 0$$

- ✓ Completar cuadrados

$$y^2 - 4y = (y - 2)^2 - 4$$

- ✓ Reemplazando

$$25x^2 + 16[(y - 2)^2 - 4] + 100 = 0$$

$$25x^2 + 16(y - 2)^2 - 64 + 100 = 0$$

$$25x^2 + 16(y - 2)^2 + 36 = 0$$

$$25x^2 + 16(y - 2)^2 = -36$$

- ✓ Analizar

La suma de cuadrados:

$$25x^2 + 16(y - 2)^2$$

siempre es positiva o cero, por lo tanto, nunca puede ser negativa

Entonces

$$25x^2 + 16(y - 2)^2 = -36$$

no tiene solución real.

- ✓ Conclusión

NO es una elipse real

- 2. Determine la ecuación de la elipse que pasa por el punto $R(1, 2)$, su eje focal es paralelo al eje "y", su centro es el punto $(-1, 2)$ y la distancia entre los vértices es 6.**

Paso 1: Identificar los datos iniciales

- Centro (h, k): $C(-1, 2)$, por lo tanto, $h = -1$ y $k = 2$. Orientación: El enunciado dice que su eje focal es paralelo al eje "y". Esto significa que es una elipse vertical.
- Distancia entre los vértices: La distancia de vértice a vértice (eje mayor) es igual a **2a**. El problema dice que vale 6:

$$2a = 6 \rightarrow a = 3 \rightarrow a^2 = 9$$

Dado que es una elipse vertical, la estructura de su ecuación ordinaria es:

$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$$

Sustituyendo los valores que ya conocemos (h, k y a^2)

$$\frac{(x - (-1))^2}{b^2} + \frac{(y - 2)^2}{9} = 1$$

$$\frac{(x + 1)^2}{b^2} + \frac{(y - 2)^2}{9} = 1$$

Paso 2: Encontramos el valor de b^2

El enunciado menciona que la elipse pasa por el punto $R(1, 2)$. Esto significa que si sustituimos las coordenadas $x = 1$ e $y = 2$ en nuestra ecuación, la igualdad debe cumplirse:

$$\begin{aligned}
 \frac{(1+1)^2}{b^2} + \frac{(2-2)^2}{9} &= 1 \\
 \frac{(2)^2}{b^2} + \frac{(0)^2}{9} &= 1 \\
 \frac{4}{b^2} + \frac{0}{9} &= 1 \\
 \frac{4}{b^2} + 0 &= 1 \\
 b^2 &= 4
 \end{aligned}$$

Paso 3: Ecuación Ordinaria de la Elipse

Ahora que tenemos tanto $a^2 = 9$ como $b^2 = 4$ simplemente los colocamos en la fórmula: Respuesta en forma ordinaria:

$$\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$$

Paso 4: Ecuación General de la Elipse

Si necesitas expresarla en su forma general ($Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$) eliminamos los denominadores multiplicando toda la ecuación por el mínimo común múltiplo de 4 y 9 que es 36:

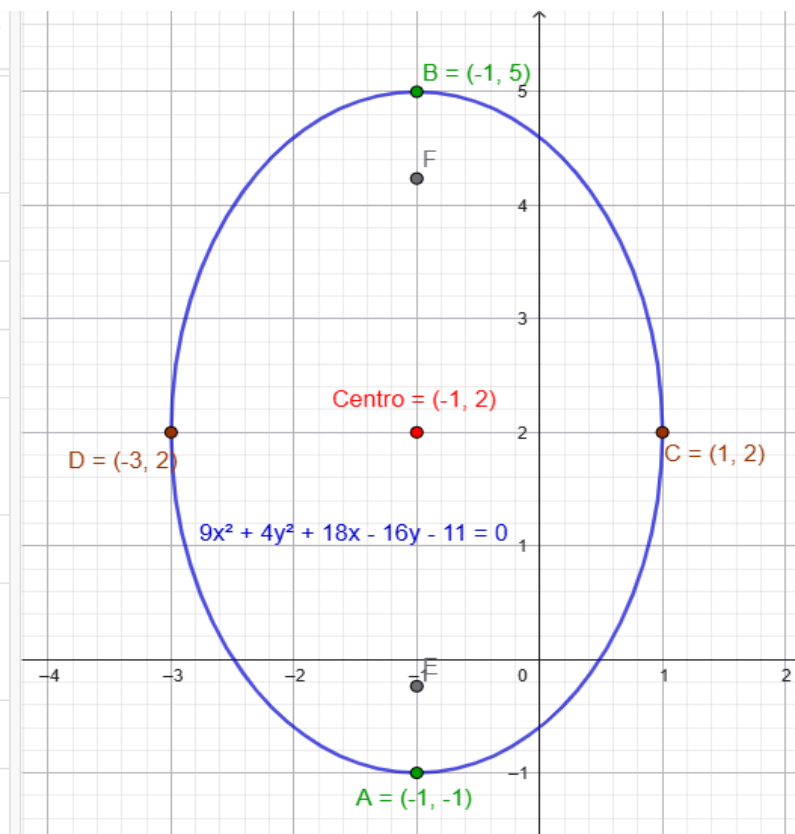
$$\begin{aligned}
 \frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9} &= 1 \\
 36 \cdot \left[\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9} \right] &= (36)1 \\
 9(x+1)^2 + 4(y-2)^2 &= 36 \\
 9(x^2 + 2x + 1) + 4(y^2 - 4y + 4) &= 36 \\
 9x^2 + 18x + 9 + 4y^2 - 16y + 16 &= 36 \\
 9x^2 + 4y^2 + 18x - 16y + 9 + 16 - 36 &= 0
 \end{aligned}$$

$9x^2 + 4y^2 + 18x - 16y - 11 = 0$

Paso 5: Grafica de la elipse



●	ec1: $9x^2 + 4y^2 + 18x - 16y - 11 = 0$	≡
●	Vértices(ec1)	⋮
	= A = (-1, -1)	
●	B = (-1, 5)	⋮
●	C = (1, 2)	⋮
●	D = (-3, 2)	⋮
●	Foco(ec1)	⋮
	= E = (-1, -0.24)	
●	F = (-1, 4.24)	⋮
●	Centro = Centro(ec1)	⋮
	= (-1, 2)	
+	Entrada...	



3. Los vértices principales de una Elipse son los puntos: $(1, -6)$ y $(9, -6)$ y la longitud de cada lado recto es $9/2$. Determine su ecuación ordinaria y general, su excentricidad y su gráfica.

Observamos los siguientes datos:

- **Vértices Principales:** $V_1(1, -6)$ y $V_2(9, -6)$
- **Longitud del lado recto:** $LR(\frac{9}{2})$

PASO 1: Determinar el centro, la orientación y el valor "a"

- **Orientación:** Como ambos vértices tienen la misma coordenada en y ($y = -6$), los vértices están alineados horizontalmente. Por lo tanto, se trata de una elipse horizontal.
- **Centro (h, k) :** El centro es el punto medio entre los dos vértices principales:

$$h = \frac{1 + 9}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$k = -6$$

Centro $(5, -6)$

- **Semieje Mayor (a) :** La distancia entre los dos vértices es igual al eje mayor $(2a)$

$$2a = 9 - 1$$

$$2a = 8$$

$$a = 4$$

$$a^2 = 16$$



PASO 2: Determinar el valor de B y C

Utilizamos la fórmula de la longitud del lado recto para hallar b sustituyendo los valores conocidos $LR = \frac{9}{2}, a = 4$

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

$$\frac{9}{2} = \frac{2b^2}{4}$$

$$\frac{9}{2} = \frac{b^2}{2}$$

$$2\left(\frac{9}{2}\right) = 2\left(\frac{b^2}{2}\right)$$

$$9 = b^2$$

$$b = 3$$

Para encontrar la distancia focal (c), usamos la relación fundamental de la elipse ($a^2 = b^2 + c^2$)

$$16 = 9 + c^2$$

$$c^2 = 7$$

$$c = \sqrt{7} \approx 2.65$$

Paso 3: Ecuación Ordinaria y General

Al ser una elipse horizontal, su estructura ordinaria es $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

➤ Ecuación Ordinaria:

$$\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{(y-(-6))^2}{9} = 1$$

$$\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{(y+6)^2}{9} = 1$$

➤ Ecuación General:

Multiplicamos toda la ecuación ordinaria por el mínimo común múltiplo de 16 y 9, que es 144

$$144 \left[\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{(y+6)^2}{9} \right] = (144)1$$

$$9(x-5)^2 + 16(y+6)^2 = 144$$

$$9(x^2 - 10x + 25) + 16(y^2 + 12y + 36) = 144$$

$$9x^2 - 90x + 225 + 16y^2 + 192y + 576 - 144 = 0$$

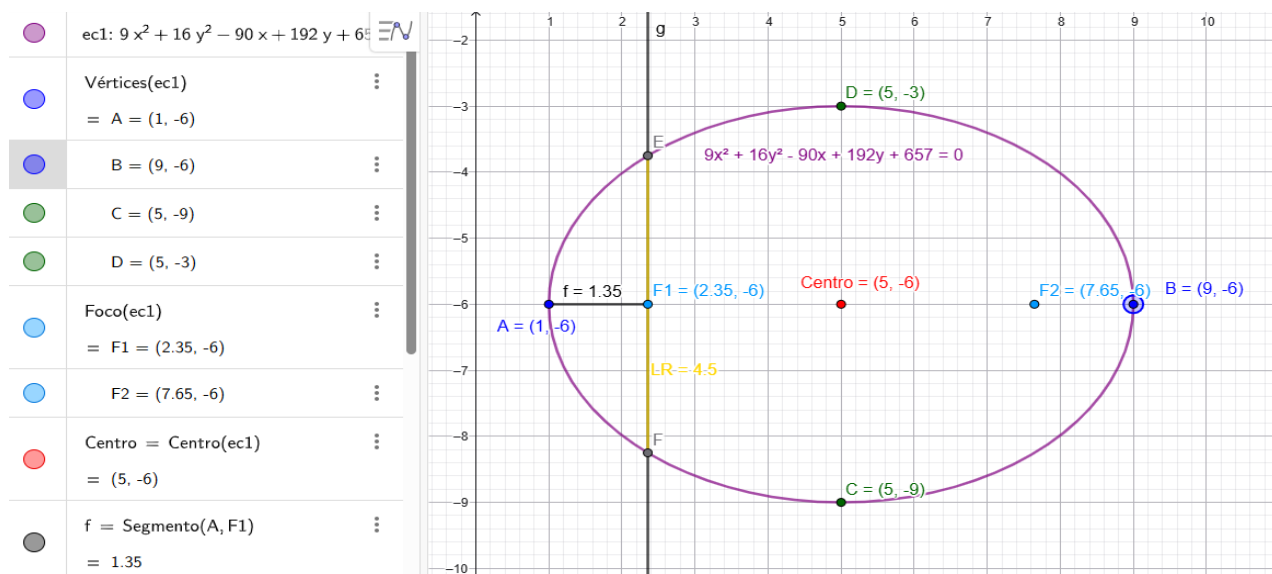
$$9x^2 + 16y^2 - 90x + 192y + 657 = 0$$

Paso 4: Excentricidad

La excentricidad mide qué tan "alargada" es la elipse y se calcula con la fórmula $e = \frac{c}{a}$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4} \approx \frac{2.65}{4} \approx 0.66$$

Paso 4: Grafica de la elipse.



4. En cada ecuación presentada, determina las coordenadas de los vértices principales, de los focos, la excentricidad, la longitud del lado recto y traza su gráfica.

a) $x^2 + 3y^2 = 6$

b) $4x^2 + 9y^2 = 36$

c) $9x^2 + 4y^2 = 36$

d) $16x^2 + 25y^2 = 400$

Para resolver estos ejercicios, primero debemos transformar cada ecuación general a su **forma ordinaria o canónica**, la cual tiene una de las siguientes estructuras con centro en el origen (0,0):

- ✓ Elipse Horizontal: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, donde $a > b$. El eje mayor está sobre el eje x .
- ✓ Elipse Vertical: $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$, donde $a > b$. El eje mayor está sobre el eje y .

Recordatorio de fórmulas clave:

- ✓ Relación fundamental: $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2}$ (donde c es la distancia del centro al foco).
- ✓ Excentricidad: $e = \frac{c}{a}$ (siempre $0 < e < 1$).
- ✓ Longitud del Lado Recto: $LR = \frac{2b^2}{a}$.

RESOLVEMOS EL EJERCICIO "A"

$$x^2 + 3y^2 = 6$$

PASO 1: Convertir a la forma ordinaria

Dividimos toda la ecuación entre 6 para obtener el 1 en el lado derecho:

$$\frac{x^2}{6} + \frac{3y^2}{6} = \frac{6}{6} \Rightarrow \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$$

PASO 2: Identificar los parámetros a, b y c

Como el denominador mayor está debajo de x^2 ($6 > 2$), la elipse es horizontal.

$$a^2 = 6 \Rightarrow a = \sqrt{6} \approx 2.45$$

$$b^2 = 2 \Rightarrow b = \sqrt{2} \approx 1.41$$

$$\text{Calculamos } c: c^2 = a^2 - b^2 = 6 - 2 = 4 \Rightarrow c = \sqrt{4} = 2$$

PASO 3: Determinar los elementos requeridos

- Vértices principales (sobre el eje mayor x): $V_1(a, 0)$ y $V_2(-a, 0)$

$$V_1(\sqrt{6}, 0), \quad V_2(-\sqrt{6}, 0)$$

- Vértices secundarios (co-vértices en y): $B_1(0, \sqrt{2})$ y $B_2(0, -\sqrt{2})$

- Focos: $F_1(c, 0)$ and $F_2(-c, 0)$

$$F_1(2, 0), \quad F_2(-2, 0)$$

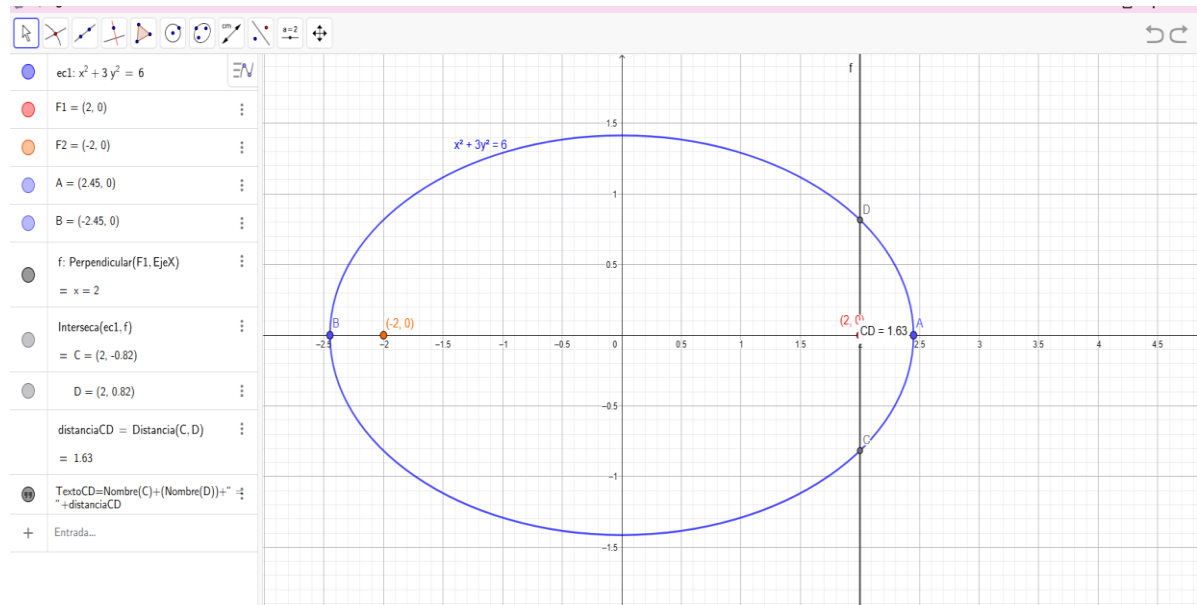
- Excentricidad (e):

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3} \approx 0.82$$

- Longitud del Lado Recto (LR):

$$LR = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(2)}{\sqrt{6}} = \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}}{6} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \approx 1.63$$

PASO 4: Grafica en GeoGebra



RESOLVEMOS EL EJERCICIO "B"

PASO 1: Convertir a la forma ordinaria

Dividimos toda la ecuación entre 36:

$$\frac{4x^2}{36} + \frac{9y^2}{36} = \frac{36}{36} \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

PASO 2: Identificar los parámetros a, b y c

Como $(9 > 4)$, la elipse es horizontal.

- $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$
- $b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$
- Calculamos c : $c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5} \approx 2.24$

PASO 3: Determinar los elementos requeridos

- Vértices principales:

$$V_1(3,0), \quad V_2(-3,0)$$

- Focos:

$$F_1(\sqrt{5},0), \quad F_2(-\sqrt{5},0)$$

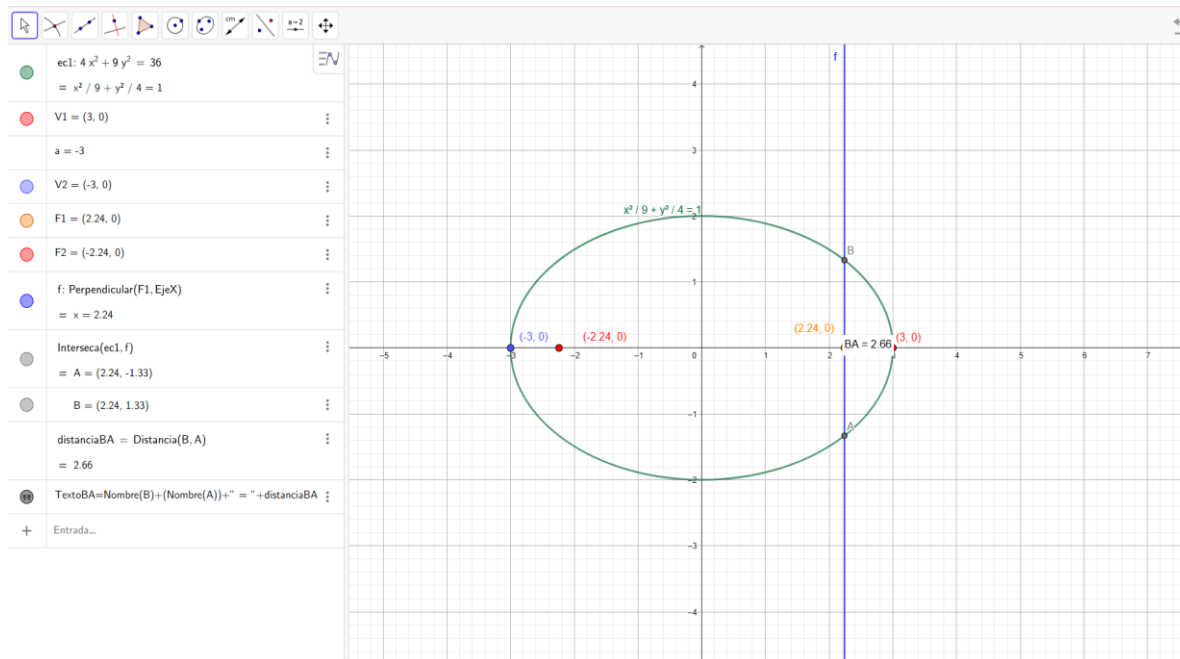
- Excentricidad (e):

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \approx 0.75$$

- Longitud del Lado Recto (LR):

$$LR = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(4)}{3} = \frac{8}{3} \approx 2.67$$

PASO 4: Grafica en GeoGebra



RESOLVEMOS EL EJERCICIO "C"

PASO 1: Convertir a la forma ordinaria

Dividimos toda la ecuación entre 36:

$$\frac{9x^2}{36} + \frac{4y^2}{36} = \frac{36}{36} \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

PASO 2: Identificar los parámetros a, b y c

Como el denominador mayor está debajo de y^2 ($9 > 4$) esta elipse es vertical (su eje mayor está sobre el eje y).

- $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$
- $b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$
- Calculamos c : $c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5} \approx 2.24$

PASO 3: Determinar los elementos requeridos

- Vértices principales (sobre el eje y): $V(0, \pm a)$:

$$V_1(0, 3), \quad V_2(0, -3)$$

- Focos (sobre el eje y): $F(0, \pm c)$

$$F_1(0, \sqrt{5}), \quad F_2(0, -\sqrt{5})$$

- Excentricidad (e):

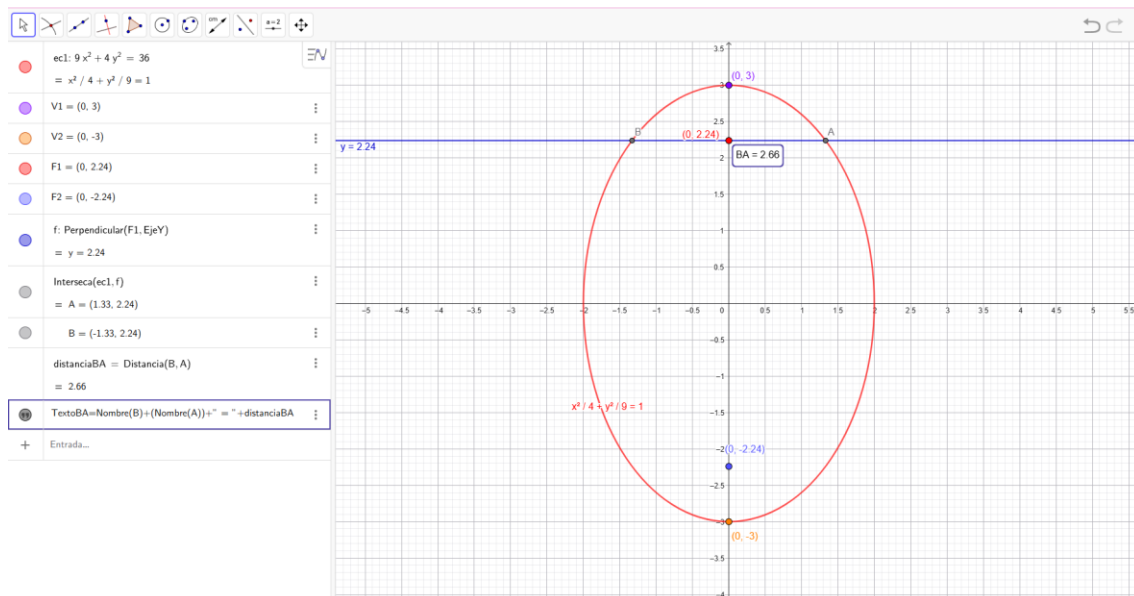
$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \approx 0.75$$



➤ Longitud del Lado Recto (LR):

$$LR = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(4)}{3} = \frac{8}{3} \approx 2.67$$

PASO 4: Grafica en GeoGebra



RESOLVEMOS EL EJERCICIO "D"

PASO 1: Convertir a la forma ordinaria

Dividimos toda la ecuación entre 400:

$$\frac{16x^2}{400} + \frac{25y^2}{400} = \frac{400}{400} \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

PASO 2: Identificar los parámetros a, b y c

Como $(25 > 16)$ esta elipse es horizontal.

- $a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$
- $b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$
- Calculamos c : $c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow c = \sqrt{9} = 3$

PASO 3: Determinar los elementos requeridos

➤ Vértices principales:

$$V_1(5,0), \quad V_2(-5,0)$$

➤ Focos:

$$F_1(3,0), \quad F_2(-3,0)$$

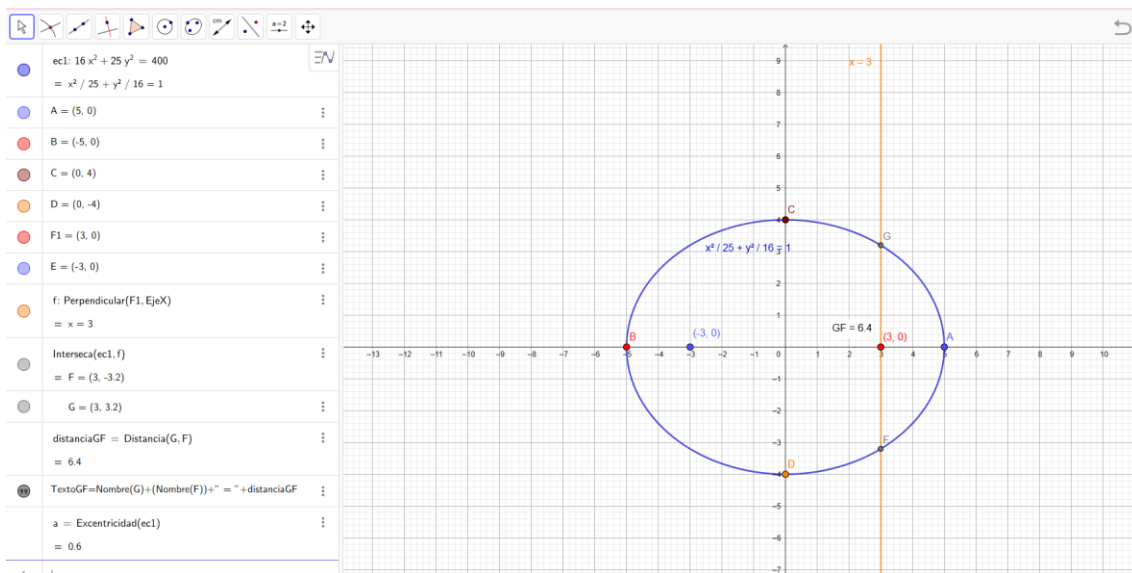
➤ Excentricidad (e):

$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} = 0.6$$

➤ Longitud del Lado Recto (LR):

$$LR = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(16)}{5} = \frac{32}{5} = 6.4$$

PASO 4: Grafica en GeoGebra



5. Halla la ecuación y gráfica de la elipse, cuyos focos son los puntos $(2, 0)$ y $(-2, 0)$, si su excentricidad es $2/3$.

PASO 1: Identificamos el centro

El centro de la elipse es el punto medio de los focos:

$$C = \left(\frac{2 + (-2)}{2}, \frac{0 + 0}{2} \right)$$

$$C = (0, 0)$$

Por lo tanto, la elipse está centrada en el origen.

PASO 2: Identificamos el valor de "c"

En una elipse, es la distancia del centro a cada foco.

$$c = 2$$

PASO 3: Usamos la fórmula de la excentricidad

La excentricidad de una elipse se define como:

$$e = \frac{c}{a}$$

Como el problema indica que:



$$e = \frac{2}{3}$$

Entonces:

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{a}$$

Multiplicamos en cruz:

$$2a = 6$$

$$a = 3$$

Entonces:

$$a^2 = 3^2 = 9$$

PASO 4: Hallamos b^2

Para una elipse horizontal se cumple:

$$c^2 = a^2 - b^2$$

Despejamos:

$$b^2 = a^2 - c^2$$

Reemplazamos:

$$b^2 = 9 - 4$$

$$b^2 = 5$$

PASO 4: Escribimos la ecuación de la elipse

Como los focos están sobre el eje x, la elipse es horizontal:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Reemplazamos:

$$\boxed{\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1}$$

PASO 5: Elementos de la grafica

Centro:

$$C = (0, 0)$$

Focos:

$$F_1 = (2, 0), F_2 = (-2, 0)$$

Vértices mayores:

$$V_1 = (3, 0), V_2 = (-3, 0)$$

Vértices menores:

$$B_1 = (0, \sqrt{5}), B_2 = (0, -\sqrt{5})$$



Aproximadamente:

$$\sqrt{5} \approx 2.24$$

Por tanto:

$$B_1 = (0, 2.24), B_2 = (0, -2.24)$$

Respuesta final

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

La elipse es horizontal, con centro en el origen y eje mayor sobre el eje x .

PASO 6: Comprobación en GeoGebra

